



Departement Informatik
Markus Püschel
Peter Widmayer
Thomas Tschager
Tobias Pröger
Tomáš Gavenčiak

27. Oktober 2016

Datenstrukturen & Algorithmen Lösungen zu Blatt P5 HS 16

Lösung P5.1 *Binäre Suche von Funktionswerten.*

Um diese Aufgabe zu lösen, sollte mit binärer Suche im Bereich $0 \dots x_{max}$ gesucht werden. Dabei sollte a mit $f(x)$ verglichen werden anstatt mit `data[x]`, wie man es in einem sortierten Array machen würde. Ansonsten ist das Problem im Grunde äquivalent zur binären Suche in einem sortierten Array.

Auf der Webseite zur Vorlesung finden Sie sowohl eine nicht-rekursive Lösung (mit einer `while`-Schleife) als auch eine rekursive Lösung. Beide haben eine Laufzeit in $\mathcal{O}(n \log x_{max})$ und implementieren Algorithmen aus den Vorlesungsmitschriften. Die Lösungen enthalten weitere Kommentare bezüglich der Implementierung.

Das Zeitlimit am Judge wurde so gesetzt, dass selbst die einmalige die Berechnung aller Werte von $f(x)$ für $x = 0 \dots x_{max}$ nicht möglich ist. Binäre Suche ist also nötig. Beachten Sie dass weniger als 30 Aufrufe von f für jede Eingabe reichen, da $\log_2(x_{max}) \simeq 24.25$. Demgegenüber benötigt sind $x_{max} = 2 \cdot 10^7$ Aufrufe bei einem linearen Scan durch den ganzen Bereich nötig.

Daten

`judge1` $n = 11$ Werte einschliesslich 0 und 1 (die beiden kleinsten Werte), $500000000 = f(x_{max})$ und $500000001 = f(x_{max}) + 1$ sowie einige zufällige Zahlen.

Hinweise zu den Abgaben. Das häufigste Problem bei den Abgaben war die Eingabe $f(x_{max})$. Einige Lösungen benutzten einen Suchbereich mit Variablen `min` und `max`, berücksichtigten aber nur die Werte `min .. max - 1`. Es ist zwar durchaus möglich, mit diesen Definitionen des Suchbereichs zu arbeiten, die Lösungen definierten den Suchraum aber zu Beginn mit `min = 0` und `max = x_max`, also ohne den maximalen Wert.

Ein zweites Problem mancher Lösungen war, dass Schleifen der Art `while (min != max) { ... }` verwendet wurden, aber der Wert von `max` während der Suche auch auf `max = min - 1` gesetzt wurde, zum Beispiel durch `max = (max + min) / 2 - 1` bei `max == min + 1`. Das führt dann zu einer Endlosschleife. Eine mögliche Lösung für das Problem ist `(min != max)` durch `(min < max)` zu ersetzen. Beachten Sie, dass eine Endlosschleife auf dem Judge zu einem `RUNTIME ERROR` führt.

Hinweise zur Funktion f . (Nicht notwendig, um die Aufgabe zu lösen.)

Die gegebene Funktion ist $f(x) = x l(x)$, wobei $l(x) = \lfloor \log_2 x \rfloor + 1$, die Anzahl an Ziffern von x in Binärdarstellung. Es ist nicht nötig die Funktion zu kennen, um das Problem zu lösen. Es ist allerdings theoretisch möglich, die Inverse von f zu berechnen (Versuchen Sie es!). Das ist allerdings sicher nicht einfacher als die binäre Suche zu implementieren und wäre nur für sehr grosse Werte von x_{max} schneller.