Eidgenössische
Technische Hochschule
Zürich

Ecole polytechnique fédérale de Zurich
Politecnico federale di Zurigo
Federal Institute of Technology at Zurich

Departement Informatik
Markus Püschel
Peter Widmayer
Thomas Tschager
Tobias Pröger
Tomáš Gavenčiak

10. November 2016

Datenstrukturen & Algorithmen Lösungen zu Blatt P7 HS 16

Lösung P7.1 *Geschenke und Geschenkbänder.*

Wir beobachten, dass es nur eine kleine Zusatzaufgabe ist, für jedes Geschenkband eine passende Box zu finden, da für jedes Band der Länge l die einzige passende Seitenfläche einer Box $b = (l/4)^2$ ist, falls l durch 4 teilbar ist und ansonsten keine passende Box existiert. Nachdem die Bänder ohne passende Box entfernt wurden, bleiben die m' restlichen Seitenflächen $b_0 \leq b_1 \leq \ldots b_{m'-1}$ immer noch aufsteigend sortiert.

Wir möchten nun das Problem lösen, Paare von gleichen Werten in zwei sortierten Arrays A und B zu finden. Dazu verwenden wir einen Algorithmus, der sehr ähnlich ist wie die Verschmelzung bei Mergesort `merge(A,B)`: Wir speichern einen Zeiger i für Array A und einen Zeiger j für Array B, sodass alle Zahlen $a_0 \ldots a_{i-1}$ und $b_0 \ldots b_{j-1}$ entweder bereits gepaart wurden oder es sicherlich keine Paare mit diesen Zahlen gibt.

In jedem Schritt vergleichen wir a_i und b_j. Wenn $a_i = b_j$ ist, haben wir ein neues Paar gefunden und inkrementieren sowohl i als auch j um 1 (da keine der beiden Zahlen in einem anderen Paar verwendet werden kann). Gilt hingegen $a_i < b_j$, dann sind alle Zahlen $b_j \ldots b_{m'-1}$ grösser als a_i und a_i kann folglich nicht gepaart werden. Wir inkrementieren i also um 1. Analog inkrementieren wir j um 1, falls $a_i > b_j$ gilt.

Wir beginnen mit $i = j = 0$ und enden, sobald $i = n$ oder $j = m'$ gilt, weil wir dann keine Bänder oder Boxen mehr haben, die gepaart werden können. (Es muss nicht notwendigerweise beides gelten).

Auf der Webseite zur Vorlesung finden Sie eine Lösung mit Laufzeit $\mathcal{O}(n + m)$, welche Bänder mit einer Länge, die nicht durch 4 teilbar ist, in der Hauptschleife nicht berücksichtigt. Die Lösung enthält weitere Kommentare zur Implementierung.

Daten

`judge1` $m = 0$, $n = 1$, ein Spezialfall ohne Bänder.

`judge2` $m = 10\,000$, $n = 20\,000$, zufällige Zahlen mit zusätzlichen zufälligen Paaren und Wiederholungen.

`judge3` $m = 30\,000$, $n = 30\,000$, zufällige Zahlen mit zusätzlichen zufälligen Paaren und Wiederholungen.

Hinweise zu den Abgaben. Abgesehen von Abgaben, die eine langsame Suche verwenden, gab es verschiedene andere Probleme bei den Abgaben: Manchmal wurde der Datentyp `double` statt `int` verwendet. Da bei Gleitzahlen Operationen mit sehr grossen Zahlen ungenau sein können, kann es dadurch zu Rundungsfehlern kommen. In dieser Aufgabe konnten diese leicht verhindert werden. Ein weiteres Problem war die Teilbarkeit der Länge durch 4, da `12/4=13/4=3`, wobei Bänder mit Länge 13 nicht gepaart werden können. Beachten Sie, dass das Problem nicht gelöst werden kann, indem man einfach `double` benützt, da anschliessend gerundet werden muss.