

## Algorithmen und Komplexität Assistentengespräch 4

Melde dich für einen 15 minütigen Timeslot auf [www.pele.ethz.ch](http://www.pele.ethz.ch) während des Zeitfensters vom 2.12.2019 bis 22.12.2019 an. Teilaufgabe c) ist schwierig, kommen Sie auch zum Gespräch, wenn Sie c) nicht lösen konnten.

\* \* \*

### Aufgabe 1

Eine *Clique* in einem ungerichteten Graphen  $G = (V, E)$  ist ein vollständiger Teilgraph von  $G$ , d.h. eine Teilmenge  $V' \subseteq V$  mit der Eigenschaft, dass  $\{v, w\} \in E \quad \forall v, w \in V'$ . Eine *k-Clique* von  $G$  ist eine Clique, die aus  $k$  Knoten besteht. Eine *Independent Set* in einem ungerichteten Graphen  $G = (V, E)$  ist ein kantenloser Teilgraph von  $G$ , d.h. eine Teilmenge  $V' \subseteq V$  mit der Eigenschaft, dass  $\{v, w\} \notin E \quad \forall v, w \in V'$ . Eine *k-Independent Set* von  $G$  ist ein Independent Set, das aus  $k$  Knoten besteht. Wir betrachten die folgenden Entscheidungsprobleme:

k-CLIQUE ( $k \geq 2$  fest)

Eingabe:  $G = (V, E)$

Frage: Besitzt  $G$  eine  $k$ -Clique?

CLIQUE

Eingabe:  $G = (V, E), k \geq 2$

Frage: Besitzt  $G$  eine  $k$ -Clique?

INDEPENDENT SET

Eingabe:  $G = (V, E), k \geq 2$

Frage: Besitzt  $G$  ein  $k$ -Independent Set?

Man beachte, dass bei CLIQUE und INDEPENDENT SET die Zahl  $k$  Bestandteil der Eingabe ist.

- Zeigen Sie, dass  $k$ -CLIQUE (für festes  $k$ ) in  $\mathcal{P}$  liegt! Betrachten Sie dazu den naiven Algorithmus, der das Problem durch vollständige Enumeration löst (d.h. alle  $k$ -Teilmengen von  $V$  untersucht). Wieso ist dies kein polynomieller Algorithmus für das Problem CLIQUE?
- Zeigen Sie, dass  $\text{CLIQUE} \leq_P \text{INDEPENDENT SET}$   $\mathcal{NP}$ . Zeigen Sie, dass INDEPENDENT SET  $\mathcal{NP}$ -vollständig ist, indem Sie annehmen, dass CLIQUE  $\mathcal{NP}$ -vollständig ist.
- Zeigen Sie, dass die Sprache CLIQUE  $\mathcal{NP}$ -vollständig ist, indem Sie zeigen, dass CLIQUE in  $\mathcal{NP}$  liegt und dass 3-SAT  $\leq_P$  CLIQUE gilt.

PRÄSENTATION DER AUFGABE WÄHREND DES ZEITFENSTERS VOM 2.12.19 BIS 22.12.19.