

Algorithmen und Komplexität Challenge-Aufgabe 1

Die Bearbeitung der Challenge-Aufgaben ist optional. Die erste korrekte Abgabe wird als Gewinner gekürt und er oder sie erhält ein spannendes Buch nach Wahl (siehe Liste unten). Die nächsten 5 korrekten Lösungen werden mit einer feinen Tafel Schokolade belohnt. Lösungen oder Teillösungen können Sie direkt bei Robert Meier per E-Mail (romeier@student.ethz.ch) oder auch persönlich abgeben. Es ist Ehrensache, dass man eine Challenge-Aufgaben nur dann abgibt (und damit einen Buchpreis gewinnen kann), wenn man sie ohne fremde Hilfe gelöst hat.

Der Gewinner darf aus folgender Buchliste wählen:

- Peter Winkler: Mathematical Puzzles - A Connoisseur's Collection
- Béla Bollobás: The Art of Mathematics - Coffee Time in Memphis
- Simon Singh: Fermats letzter Satz
- Martin Aigner und Günter Ziegler: Das Buch der Beweise
- Angelika Steger: Diskrete Strukturen 1: Kombinatorik, Graphentheorie, Algebra

★ ★ ★

Challenge-Aufgabe

Gegeben ein Array $a[1 \dots n]$, wobei $a[i] \in \{1, \dots, n-1\}$. Entwerfen Sie einen Algorithmus, der in Laufzeit $\mathcal{O}(n)$ zwei Indizes $i \neq j$ findet mit $a[i] = a[j]$. Aber Achtung! Leider leidet euer Computer unter Gedächtnisstörungen und deshalb besitzt er nur 10 Speicherzellen, in denen eine ganze Zahl zwischen 0 und n abgespeichert werden kann. Beweisen Sie auch die Korrektheit des Algorithmus.

Bemerkung 1: Insbesondere kann der Computer das Array a weder bearbeiten noch abspeichern. Er kann aber beliebig oft auf die Elemente $a[i]$ zugreifen, und diese in einer der 10 Speicherzellen abspeichern.

Bemerkung 2: Beide der folgende zwei Modifikationen vereinfachen das Problem deutlich und sind jeweils gute Übungsaufgaben! 1) Der Speicherplatz ist unbeschränkt. 2) Die Laufzeit darf $\mathcal{O}(n \log(n))$ betragen.