ETH Zürich
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Angelika Steger, Dr. Johannes Lengler
Übungsleitung: Florian Meier

HS 2019
Abgabe 08.010.2010

Algorithmen und Komplexität
Übungsblatt 3

Peer-Grading: Aufgabe 2

Korrektur durch die Assistenten: Aufgaben 1 und 3

⋆ ⋆ ⋆

Aufgabe 1

Die Reihenfolge, in der eine Tiefen- bzw. Breitensuche die Knoten des Graphen besucht, bezeichnen wir hier als Tiefen- bzw. Breitenordnung. Die Tiefen- und Breitensuche haben einen gewissen Freiheitsgrad, nämlich die Reihenfolge, in der die Nachbarknoten eines Knotens betrachtet werden. Deshalb kann es für einen Graphen G und Startknoten s mehrere mögliche Tiefen- und Breitenordnungen geben. Im folgenden sind Bildungsvorschriften für Graphen mit beliebiger Anzahl Knoten $n \geq 5$ gesucht.

a) Zeichnen Sie einen Graphen, der einen Knoten hat, von dem aus jede Breitenordnung auch eine Tiefenordnung ist, und auch umgekehrt jede Tiefenordnung eine Breitenordnung ist.

b) Zeichnen Sie einen Graphen, für den jede Breitenordnung von einem beliebigen Knoten aus auch eine Tiefenordnung von diesem Knoten aus ist, und umgekehrt.

c) Zeichnen Sie einen Graphen, der keinen Knoten hat, von dem aus eine Tiefenordnung auch eine Breitenordnung ist oder umgekehrt.

d) Zeichnen Sie einen Graphen, der einen Knoten hat, von dem aus jede Tiefenordnung eine Breitenordnung ist, aber nicht jede Breitenordnung eine Tiefenordnung ist.

e) Zeichnen Sie einen Graphen, der einen Knoten hat, von dem aus jede Breitenordnung eine Tiefenordnung ist, aber nicht jede Tiefenordnung eine Breitenordnung ist.

Aufgabe 2

Ein *bipartiter Graph* $G = (V_1 \uplus V_2, E)$ besteht aus zwei disjunkten Knotenmengen V_1 und V_2 und Kanten $E \subseteq V_1 \times V_2$. Die Knotenmenge V eines bipartiten Graphen kann also in zwei Teile V_1 und V_2 partitioniert werden, so dass keine Kanten innerhalb V_1 oder innerhalb V_2 verlaufen.

(a) Entwerfen Sie einen Algorithmus, der als Input einen Graph $G = (V, E)$ bekommt und in Zeit $\mathcal{O}(|V| + |E|)$ entscheidet, ob G bipartit ist.

(b) Für welche bipartiten Graphen ist die Bipartition eindeutig bestimmt?

Aufgabe 3

Gegeben ein Graph $G = (V, E)$ und ein Knoten $s \in V$. Entwerfen Sie einen Algorithmus, der in Laufzeit $\mathcal{O}(|V| + |E|)$ für alle $v \in V$ die Anzahl kürzester s-v-Pfade in G berechnet. Beweisen Sie die Korrektheit des Algorithmus und analysieren Sie die Laufzeit.

Abgabe der Hausaufgaben in der Vorlesung am 08.010.2010.