

Algorithmen und Komplexität Übungsblatt 7

Peer-Grading: Aufgabe 1

Korrektur durch die Assistenten: Aufgaben 2 und 3

Aufgabe 1

Der Marsroborter *Curiosity* landet bei einer Startposition S und will eine Zielposition Z erreichen, die sich n Schritte weiter südlich (unten) und n Schritte weiter östlich (rechts) befindet. Um Energie zu sparen, darf *Curiosity* nur Schritte nach Süden und Osten machen (dann erreicht er das Ziel in $2n$ Schritten). Gleichzeitig soll er möglichst Wertvolle Gesteinsproben sammeln. Die Werte der Gesteinsproben sind in einer $(n+1) \times (n+1)$ Matrix A gegeben ($a_{1,1}$ ist der Wert der Probe in S und $a_{n+1,n+1}$ der Wert der Probe in Z). Entwerfe einen Algorithmus, der in $\mathcal{O}(n^2)$ den maximal möglichen Wert der gesammelten Proben entlang eines erlaubten S - Z -Pfades bestimmt. Zusätzlich soll er den Pfad ausgeben.

Aufgabe 2

Gegeben eine Sequenz verschiedener Zahlen x_1, \dots, x_n . Durch auslassen einiger x_i erhält man eine Teilsequenz. Geben Sie einen Algorithmus an, der in Zeit $\mathcal{O}(n^2)$ eine längste monoton steigende Teilsequenz einer gegebenen Sequenz x_1, \dots, x_n bestimmt.

Aufgabe 3

Aus der Vorlesung kennen Sie das RUCKSACKPROBLEM:

Gegeben sind eine Kapazität $B \in \mathbb{N}$ und n Objekte mit Gewichten $w_1, \dots, w_n \in \mathbb{N}$ und Profiten $p_1, \dots, p_n \in \mathbb{N}$.

Gesucht ist ein $I \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in I} w_i \leq B$ und

$$\sum_{i \in I} p_i = \max \left\{ \sum_{i \in I'} p_i \mid I' \subseteq \{1, \dots, n\} \text{ mit } \sum_{i \in I'} w_i \leq B \right\}.$$

Wir nehmen hier zusätzlich an, dass die Gewichte beschränkt sind: $w_i \leq n^2$ für alle i . Beachten Sie, dass die Profite unbeschränkt sind!

- Formulieren Sie einen Algorithmus, der in polynomieller Zeit den Wert $\sum_{i \in I} p_i$ einer optimalen Lösung berechnet und beweisen Sie die Korrektheit des Algorithmus.
- Wie muss Ihr Algorithmus modifiziert werden, um auch die Lösung I zu berechnen?

ABGABE DER HAUSAUFGABEN IN DER VORLESUNG AM 05.11.2019.