

Algorithmen und Komplexität Übungsblatt 12

Peer-Grading: Aufgabe 1

Korrektur durch die Assistenten: Aufgaben 2 und 3

* * *

Aufgabe 1

Ein Digraph oder gerichteter Graph $D = (V, A)$ ist ein Graph, in dem die Kanten gerichtet sind, d.h. $A \subseteq V \times V$ besteht aus *geordneten Paaren*. In dieser Aufgabe vergleichen wir das Problem Hamilton Cycle auf gerichteten Graphen mit dem gleichen Problem auf ungerichteten Graphen.

UNDIRECTED HAMILTON CYCLE (UHC)

Eingabe: Ein Graph $G = (V, E)$.

Frage: Gibt es einen Kreis, der jeden Knoten in G genau einmal besucht?

DIRECTED HAMILTON CYCLE (DHC)

Eingabe: Ein Digraph $D = (V, A)$.

Frage: Gibt es einen gerichteten Kreis, der jeden Knoten in G genau einmal besucht?

- Zeigen Sie $UHC \leq_p DHC$.
- Zeigen Sie $DHC \leq_p UHC$.

Aufgabe 2

Angenommen wir haben einen Algorithmus \mathcal{A} , der in polynomieller Zeit das *Entscheidungsproblem* SAT löst. Zeigen Sie, wie man damit für eine beliebige KNF-Formel F in polynomieller Zeit eine erfüllende Belegung finden kann (sofern F erfüllbar ist).

Aufgabe 3

Ein *Vertex Cover* eines Graphen $G = (V, E)$ ist eine Teilmenge $W \subseteq V$, so dass für jede Kante $\{u, v\} \in E$ mindestens einer der Endknoten u oder v in W liegt. Das VERTEX COVER Entscheidungsproblem INDEPENDENT SET ist wie folgt definiert:

VERTEX COVER

Eingabe: $G = (V, E), k \in \mathbb{N}$

Frage: Besitzt G ein Vertex Cover bestehend aus k Knoten?

Eine *Independent Set* in einem ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ ist ein kantenloser Teilgraph von G , d.h. eine Teilmenge $V' \subseteq V$ mit der Eigenschaft, dass $\{v, w\} \notin E \quad \forall v, w \in V'$. Das Entscheidungsproblem ist wie folgt definiert:

INDEPENDENT SET

Eingabe: $G = (V, E), k \geq 2$

Frage: Besitzt G ein Independent Set mit k Knoten?

Beweisen Sie, dass VERTEX COVER \mathcal{NP} -vollständig ist,

- a) indem Sie annehmen, dass INDEPENDENT SET \mathcal{NP} -vollständig ist und Sie INDEPENDENT SET \leq_P VERTEX COVER zeigen.
- b)* indem Sie 3-SAT auf VERTEX COVER reduzieren.

ABGABE DER HAUSAUFGABEN IN DER VORLESUNG AM 10.12.2019.